502 Maths DS $n°2$ Nov. 2023 45 min NOM =

E01 **[9 pts]** Donner le résultat sous forme de fraction irréductible ou, le cas échéant, sous forme de nombre entier :

$$A = \frac{21}{13} - \frac{2}{13} =$$

$$B = \frac{7}{10} - \frac{3}{5} =$$

$$C = \frac{5}{8} + \frac{1}{12} =$$

$$D = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{12} =$$

$$E = \frac{75}{8} \times \frac{4}{125} =$$

$$F = \frac{2}{5} \times \frac{7}{5} =$$

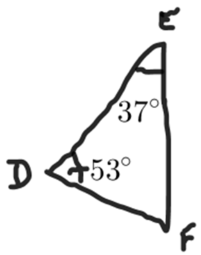
$$G = \frac{3}{7} \times 4 =$$

$$H = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{2}{5}} =$$

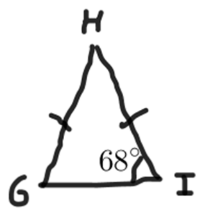
$$I = \frac{\frac{5}{4} - 1}{\frac{9}{8} - 1} =$$

E02 **[2 pts]** Existe-t-il un triangle ABC tel que $AB = 5$, $AC = 13$ et $BC = 6$? Justifier la réponse.

E03 **[2 pts]** DEF est un triangle tel que $\widehat{DEF} = 37°$ et $\widehat{FDE} = 53°$.
Déterminer la nature de ce triangle.
(uniquement calculs nécessaires et conclusion)



E04 **[2 pts]** GHI est un triangle isocèle en H tel que $\widehat{GIH} = 68°$. Déterminer les mesures des deux autres angles de ce triangle.
(uniquement calculs nécessaires et conclusion)



E05 **[5 pts]** ABC est un triangle **<u>rectangle en A</u>** tel que $AB = 3$ et $BC = \frac{13}{4}$.
En exposant votre démarche déterminer AC (fraction irréductible) :

BONUS (1 pt) On admet que $AC = \frac{5}{4}$, déterminer l'aire du triangle ABC sous forme de fraction irréductible :

Corrigé

E01

$$A = \frac{21}{13} - \frac{2}{13} = \frac{21-2}{13} = \mathbf{\frac{19}{13}}$$

$$B = \frac{7}{10} - \frac{3}{5} = \frac{7}{10} - \frac{3\times 2}{5\times 2} = \frac{7}{10} - \frac{6}{10} = \frac{7-6}{10} = \mathbf{\frac{1}{10}}$$

$$C = \frac{5}{8} + \frac{1}{12} = \frac{5\times 3}{8\times 3} + \frac{1\times 2}{12\times 2} = \frac{15}{24} + \frac{1}{24} = \frac{15+1}{24} = \frac{16}{24}$$
$$= \frac{8\times 2}{8\times 3} = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

$$D = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{12} = \frac{1\times 3}{4\times 3} + \frac{2\times 4}{3\times 4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} + \frac{1}{12}$$
$$= \frac{3+8+1}{12} = \frac{12}{12} = \mathbf{1}$$

$$E = \frac{75}{8} \times \frac{4}{125} = \frac{75\times 4}{8\times 125} = \frac{25\times 3\times 4}{4\times 2\times 25\times 5} = \mathbf{\frac{3}{10}}$$

$$F = \frac{2}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{2\times 7}{5\times 5} = \mathbf{\frac{14}{25}}$$

$$G = \frac{3}{7} \times 4 = \frac{3}{7} \times \frac{4}{1} = \frac{3\times 4}{7\times 1} = \mathbf{\frac{12}{7}}$$

$$H = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{3\times 5}{7\times 2} = \mathbf{\frac{15}{14}}$$

$$I = \frac{\frac{5}{4} - 1}{\frac{9}{8} - 1} = \frac{\frac{5}{4} - \frac{4}{4}}{\frac{9}{8} - \frac{8}{8}} = \frac{\frac{5-4}{4}}{\frac{9-8}{8}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{4} \times \frac{8}{1} = \frac{1\times 8}{4\times 1} = \frac{4\times 2}{4\times 1} = \frac{2}{1} = \mathbf{2}$$

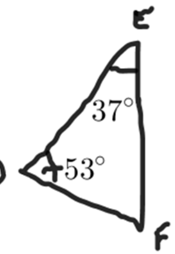
E02 **Existe-t-il un triangle ABC tel que $AB = 5$, $AC = 13$ et $BC = 6$? Justifier la réponse.**

Si un tel triangle existe, alors l' inégalités triangulaire donne :

$$AC \leqslant AB + BC$$
$$13 \leqslant 5 + 6 \quad \text{FAUX}$$

donc **un tel triangle n'existe pas**.

E03 $\widehat{DEF} = 37°$ **et** $\widehat{FDE} = 53°$**, nature du triangle** DEF

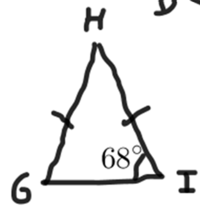


On a : $37° + 53° = 90°$ et $180° - 90° = 90°$.

$\widehat{DFE} = 90°$ donc le triangle DEF **est rectangle en** D.

E04 GHI **isocèle en** H **tel que** $\widehat{GIH} = 68°$.

Mesures des deux autres angles de ce triangle.



On a : $2 \times 68° = 136°$ et $180° - 136° = 44°$.

On a : $\widehat{IGH} = \mathbf{68°}$ et $\widehat{GHI} = \mathbf{44°}$.

E05 ABC **est un triangle rectangle en** A **tel que** $AB = 3$ **et** $BC = \frac{13}{4}$.

• déterminer AC sous forme de fraction irréductible

On sait que ABC est rectangle en A.

On utilise le théorème de Pythagore.

On en déduit que : $BC^2 = BA^2 + AC^2$.

A.N. :

$$\left(\frac{13}{4}\right)^2 = 3^2 + AC^2$$
$$\frac{169}{16} = 9 + AC^2$$
$$\frac{169}{16} - 9 = 9 + AC^2 - 9$$
$$\frac{169}{16} - \frac{9\times 16}{16} = AC^2$$
$$\frac{169}{16} - \frac{144}{16} = AC^2$$
$$\frac{169-144}{16} = AC^2$$
$$\frac{25}{16} = AC^2$$
$$AC^2 = \frac{25}{16}$$

Or $\left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$ donc : $AC = \frac{5}{4}$.

BONUS **à présent on admet que** $AC = \frac{5}{4}$**, aire du triangle** $ABC = ?$

(fraction irréductible puis écriture décimale)

On sait que ABC est rectangle en A.

On utilise la formule de l'aire d'un triangle rectangle :

$$\mathcal{A}_{triangle\ rectangle} = \frac{produit\ des\ côtés\ de\ l'angle\ droit}{2}$$

On en déduit que

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2}$$

A.N. :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{3 \times \frac{5}{4}}{2} = \frac{\frac{3}{1} \times \frac{5}{4}}{2} = \frac{\frac{3 \times 5}{1 \times 4}}{2} = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{2}{1}} = \frac{15}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{15 \times 1}{4 \times 2} = \frac{15}{8}$$

On a donc : $\boldsymbol{\mathcal{A}_{ABC}} = \mathbf{\frac{15}{8}}$.